



II SEMANA DE ESTUDOS DE CIÊNCIAS CONTÁBEIS

A Pesquisa em Contabilidade:
Desafios e Perspectivas

MINICURSO

ELEMENTOS BÁSICOS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA COM UTILIZAÇÃO DA HP-12C

Prof. Francisco de Assis de Sousa Carvalho

PRIMEIRA PARTE

CONHECENDO A HP 12C

1 *Ligar e Desligar:*

Tecla **ON**. No canto inferior esquerdo você encontra a tecla **ON**. Pressionando você ligará a sua HP12C. Pressionar novamente a calculadora será desligada. Se você esquecer-se de desligar a HP12C ela desligará automaticamente de 08 a 17 minutos após a sua última utilização.

Para não gastar a bateria rapidamente, e aconselhável desligar a HP12C após o uso. Quando a bateria estiver fraca, e você ligar a calculadora, aparecerá no canto inferior esquerdo do visor, um asterisco piscando. Quando isto acontecer desligue a HP12C e leia as instruções do Manual de Proprietário - item Bateria, Garantia e Informações sobre Assistência Técnica.

Testes:

Existem dois processos para testar o bom funcionamento da HP12C:

Primeiro Teste:

Desligue a máquina.

Mantenha a tecla **x** pressionada.

Ligue a máquina e solte a tecla **x** simultaneamente.

No visor deverá aparecer a palavra **running** piscando.

Após alguns segundos surgirá no visor:

```

-8 , 8 , 8 , 8 , 8 , 8 , 8 , 8 , 8 , 8 ,
USER f g BEGIN GRAD D.MY C PRGM

```

Se não aparecer: **CUIDADO**. Tente novamente, caso continue dando **ERROR** sua máquina necessita de reparos. Importante ressaltar que a HP12C é uma calculadora blindada. Alguns problemas só serão resolvidos com a troca da máquina.

Segundo Teste:

Desligue a HP12C.

Mantenha a tecla **÷** pressionada.

Ligue a máquina e solte a tecla **÷** simultaneamente.

Aparecerão alguns traços no visor.

Pressione todas as teclas da esquerda para direita e de cima para baixo.

Pressione **ON**, também. Pressione **ENTER** na 3ª. Linha e também na 4ª. Linha. Após alguns segundos, surgirá o n.º 12 no meio do visor.

Se não aparecer: **CUIDADO**. Tente novamente, caso continue dando **ERROR** sua máquina necessita de reparos.

1 *O Teclado*

As teclas estão dispostas segundo uma matriz de 4 linhas e 10 colunas. Cada tecla é identificada pela interseção de uma linha com uma coluna. O primeiro número se refere à linha e o segundo a coluna. Por exemplo: **%** é representado pelo código 25.

As teclas da HP12C realizam 1, 2 ou até 3 funções. As funções primárias (as mais utilizadas) estão impressas na face superior de uma tecla. Todas as teclas têm função primária.

Outras teclas têm uma função alternativa impressa em azul na parte oblíqua inferior da tecla. Para acionar a função alternativa em azul é necessário pressionar primeiro a tecla azul de prefixo **g**. **Esta tecla é a única totalmente azul no teclado**. Após acionar a **tecla azul g**, aciona-se a tecla da função desejada.

Para acionar a função alternativa em amarelo que está impressa acima da tecla é necessário acionar a tecla amarela **f** (**é a única amarela no teclado**). Após acionar a **tecla amarela f**, aciona-se a tecla da função desejada.

Se você acionar uma delas por engano irá aparecer, na parte inferior do visor a letra **f** ou **g**. Para apagá-las basta acionar a tecla **f** e a tecla **ENTER**.

1 Limpar o Visor

Para limpar o visor basta apertar a tecla **CLX**.

1 Trocar Ponto por Vírgula

A HP12C possui duas metodologias de descrição numérica - separação da parte inteira da decimal: a metodologia americana e a brasileira. Na metodologia americana os números são escritos da seguinte forma: **123,456.78** - o separador de casas decimais é o ponto. Na metodologia brasileira os números são escritos da seguinte forma: **123.456,78** - o separador de casas decimais é a vírgula

Para modificar a metodologia apresentada em sua calculadora, adote os seguintes passos:

Desligue a máquina.

Mantenha a tecla **•** pressionada.

Ligue a máquina soltando simultaneamente as duas teclas.

Se você repetir esta operação, os separadores anteriores voltarão a ser utilizados.

1 Fixação de Casas Decimais

Para alterar o número de casas decimais, digite **f**, seguido do número que representa a quantidade de casas decimais desejadas.

Para ter duas casas decimais após a vírgula é só apertar a tecla **f** e o número **2**. Se você quiser trabalhar com três casas decimais é só apertar a tecla **f** e o número **3**. E assim por diante.

A HP12C adota o arredondamento estatístico. Se o número no registro interno, posterior à última casa decimal fixada, for igual ou superior a cinco, haverá aumento de uma unidade na última casa decimal. Se isto não ocorrer, não haverá arredondamento.

1 Introduzindo Números

Para introduzir um número na calculadora, pressione as teclas dos dígitos na mesma seqüência que você o escreve. Para introduzir o número **123**: Pressione a tecla **1**, depois a **2** e depois a **3**. Após introduzir o último algarismo pressione a tecla **ENTER**.

A tecla **ENTER** informa à calculadora que o número foi completamente fornecido e o separa de outros números a serem introduzidos.

1 Números Negativos

Para fazer com que o número que está no visor fique negativo basta pressionar a tecla **CHS** (**CHS** quer dizer **Change Sign**, isto é, troca o sinal). Quando o visor estiver com um número negativo (precedido pelo sinal **-**) é só pressionar a tecla **CHS** e ele fica positivo.

1 Teclas CLEAR

Apagar um registrador ou o visor é a operação que substitui seus conteúdos originais por zero. A HP12C possui diversas operações de apagar, como se pode ver na tabela abaixo:

Teclas	Descrição da Atividade
CLX	Apaga o visor.
f CLEAR Σ	Apaga os registradores estatísticos (R_1 a R_6), os registradores da pilha operacional e o visor.
f CLEAR PRGM	Apaga a memória de programação (somente quando pressionadas no modo PRGM).
f CLEAR FIN	Os registradores financeiros.
f CLEAR REG	Os registradores de armazenamento de dados, os registradores financeiros, os registradores da pilha operacional e o visor.

1 Trocar a Ordem dos Números Introduzidos

Ao pressionar **X \geq Y**, se troca o conteúdo dos números armazenados. Suponha que você queira dividir **49** por **7** e por engano, você introduziu **7**, pressionou enter e então introduziu **49**. Neste instante você percebeu que a ordem correta é exatamente o contrário do que você fez. Para corrigir este engano, basta trocar o primeiro valor pelo segundo, pressionando **X \geq Y**

1 Cálculos Aritméticos Simples

Neste curso vamos utilizar a HP12C com 0,0000 no visor; isto é, quatro casas decimais e a vírgula para separá-las dos inteiros.

Toda operação aritmética simples envolve dois números e uma operação (adição, subtração, multiplicação ou divisão). Para realizar tais cálculos na sua HP12C, você precisa informar à calculadora quais são os dois números e então qual a operação a ser realizada. A resposta é calculada quando a tecla da operação (+, -, × ou ÷) é pressionada.

Os dois números devem ser introduzidos na calculadora na mesma ordem que apareceriam se a operação fosse feita com o emprego de lápis e papel e a expressão escrita da esquerda para a direita. Após a introdução do primeiro número, pressione a tecla ENTER, a qual informa à calculadora que o número foi completamente fornecido.

Em resumo, para se realizar uma operação aritmética:

Introduza o primeiro número.

Pressione ENTER para separar o segundo número do primeiro.

Introduza o segundo número.

Pressione +, -, × ou ÷ para realizar a operação desejada.

Por exemplo, para calcular 80 dividido por 30, faça o seguinte:

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
80	80,	Introduz o primeiro número na calculadora.
ENTER	80,0000	Pressione ENTER para separar o primeiro do segundo número.
30	30,	Introduz o segundo número na calculadora.
÷	2,6667	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada.

Exercícios:

- $5 + 4 =$
- $5 + 4 + 3 =$
- $85 + 25 + 23 =$
- $327 - 112 =$
- $435 \div 5 =$
- $71 \times 14 =$
- $(36 + 32 - 24) \div 11 =$
- $(124 \div 12 \times 13,9355 - 0,0002 + 16) =$

Respostas:

- $5 + 4 = 9,0000$
- $5 + 4 + 3 = 12,0000$
- $85 + 25 + 23 = 133,0000$
- $327 - 112 = 215,0000$
- $435 \div 5 = 87,0000$
- $71 \times 14 = 994,0000$
- $(36 + 32 - 24) \div 11 = 4,0000$
- $(124 \div 12 \times 13,9355 - 0,0002 + 16) = 160,0000$

1 A Pilha Operacional

A HP12C foi projetada de modo que cada vez que você pressiona uma tecla de função, a calculadora realiza a operação naquele instante, permitindo que você veja os resultados de todos os cálculos intermediários, bem como o resultado final.

A HP12C possui quatro registradores especiais, os quais são usados para o armazenamento de números durante os cálculos. Para entender como esses registradores são utilizados eles devem ser visualizados em forma de pilha, um sobre o outro. Os registradores de uma pilha operacional são designados por T, Z, Y e X. A menos que a calculadora esteja no modo de programação, o número apresentado no visor será sempre o contido no registrador X.

Os cálculos com um número sempre envolvem o conteúdo do registrador X, e os cálculos com dois números envolvem o conteúdo dos registradores X e Y. Os registradores Z e T são usados principalmente para a retenção automática dos resultados intermediários de cálculos em cadeia.

Examinemos um cálculo simples: $5 - 2 =$

T	0	0	0	0
Z	0	0	0	0
Y	0	5	5	0
X	5	5	2	3
Teclando	5	ENTER	2	-

Vejamos agora o que ocorre na pilha operacional durante um cálculo em cadeia:

$[(3 \times 4) + (5 \times 6)] \div 7 =$

T	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Z	0	0	0	0	0	12	12	0	0	0	0
Y	0	3	3	0	12	5	5	12	0	42	0
X	3	3	4	12	5	5	6	30	42	7	6
Teclar	3	ENTER	4	×	5	ENTER	6	×	+	7	÷

Realizando o cálculo na HP12C:

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
3	3,	Introduz o primeiro número na calculadora.
ENTER	3,0000	Pressione ENTER para separar o primeiro do segundo número.
4	4,	Introduz o segundo número na calculadora.
×	12,0000	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada.
5	5,	Introduz o primeiro número do segundo cálculo.
ENTER	5,0000	Pressione ENTER para separar o primeiro do segundo número, do segundo cálculo.
6	6,	Introduz o segundo número, do segundo cálculo, na calculadora.
×	30,0000	A resposta, do segundo cálculo, é calculada assim que a tecla da operação é pressionada.
+	42,0000	O resultado do primeiro cálculo é adicionado ao resultado do segundo cálculo.
7	7,	Introduz o primeiro número do terceiro cálculo.
÷	6,0000	O resultado da adição é dividido pelo número informado do terceiro cálculo.

Veja como os resultados intermediários não são apenas apresentados à medida que são calculados, mas também ficam automaticamente armazenados e disponíveis na pilha operacional para serem utilizados no momento exato.

Exercícios:

- $(117 \div 4) / (316 + 5 \times 3) = 117$ ENTER 4/ 316ENTER 5ENTER 3X +
- $(3 + 4) \times (5 + 6) =$
- $(27 - 14) \div (14 + 38) =$
- $5 \div (3 + 16 + 21) =$
- $[(144 \div 12 + 8) + 10] \div 3 =$
- $(4 \times 4 + 4) \div 4 =$
- $(4 + 4) \div 4 + 4 =$

Respostas:

- $(117 \div 4) / (316 + 5 \times 3) = 0,0884$
- $(3 + 4) \times (5 + 6) = 77,0000$
- $(27 - 14) \div (14 + 38) = 0,2500$
- $5 \div (3 + 16 + 21) = 0,1250$
- $[(144 \div 12 + 8) + 10] \div 3 = 10,0000$
- $(4 \times 4 + 4) \div 4 = 5,0000$
- $(4 + 4) \div 4 + 4 = 6,0000$

- a1) $2,2 + 3,5 + 4,1 =$ 2,2ENTER3,5+4,1+
- b1) $7,48 - 3,02 =$ 7,48ENTER3,02-
- c1) $3,1 \times 4,5 =$ 3,1ENTER4,5X
- d1) $9,1 \div 1,3 =$ 9,1ENTER1,3/

Respostas:

- a1) $2,2 + 3,5 + 4,1 = 9,8000$
- b1) $7,48 - 3,02 = 4,4600$
- c1) $3,11 \times 4,5 = 13,9950$
- d1) $9,15 \div 1,3 = 7,0385$

Inverso de um Número - $1/x$

O inverso de um número inteiro nada mais é do que 1 dividido por este número. Assim, o inverso de 2 é de 1/2, o de 534 é 1/534 e assim por diante.

Na HP12C existe a tecla $1/x$ que tem como função inverter o valor contido no visor. Ela nos será muito útil. Para usá-la basta pressionarmos o número que se quer inverter e $1/x$ para termos o seu inverso.

Exemplo:

- $7 1/x$ aparecerá 0,1429 no visor (igual a 1/7).
- $2 1/x$ aparecerá 0,5000 no visor (igual a 1/2).
- $3 1/x$ aparecerá 0,3333 no visor (igual a 1/3).
- $4 1/x$ aparecerá 0,2500 no visor (igual a 1/4).

Potenciação

Seja a um número real e m e n inteiros positivos. Então:

$$a^n = a \times a \times a \times \dots \times a$$

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

$$a^{-n} = 1/a^n$$

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$a^n / a^m = a^{n-m}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(a/b)^n = a^n/b^n$$

Expoente é o número que indica quantas vezes a base deve ser multiplicada por ela mesmo. Sempre é escrito à direita e acima da base.

Na HP12C a tecla y^x calcula um número y elevado a uma determinada potência x , ou seja, y^x .

Como calcular na HP12C:

Digite o número da base (y).

Pressione **ENTER** para separar o segundo número (o expoente) do primeiro (a base).

Digite o expoente (x).

pressione y^x para calcular a potenciação.

Exemplos:

$$2^3$$

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
2	2,	Introduz o primeiro número na calculadora.
ENTER	2,0000	Pressione ENTER para separar o primeiro do segundo número.
3	3,	Introduz o segundo número na calculadora.
y^x	8,0000	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada.

$$2^{1,4}$$

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
2	2,	Introduz o primeiro número na calculadora.
ENTER	2,0000	Pressione ENTER para separar o primeiro do segundo número.
1,4	1,4,	Introduz o segundo número na calculadora.
y^x	2,6390	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada.

$$2^{-1,4}$$

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
2	2,	Introduz o primeiro número na calculadora.
ENTER	2,0000	Pressione ENTER para separar o primeiro do segundo número.
1,4	1,4,	Introduz o segundo número na calculadora.
CHS	-1,4	Troca o sinal do número (negativo ou positivo)
y^x	0,3789	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada.

$(-2)^3$

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
2	2,	Introduz o primeiro número na calculadora.
CHS	-2,	Troca o sinal do número (negativo ou positivo)
ENTER	-2,0000	Pressione ENTER para separar o primeiro do segundo número.
3	3,,	Introduz o segundo número na calculadora.
y^x	-8,0000	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada.

1 Radiciação

A radiciação é a operação inversa da potenciação.

Se a é um número real qualquer e m e n inteiros positivos, definimos:

Radiciação		Potenciação
$(\sqrt[n]{a})^m$	=	$a^{m/n}$

No exemplo o n é o índice (sempre maior ou igual a 2) e o a é o radicando.

A forma mais conhecida de radiciação é quando temos o índice igual a 2. Esta forma é conhecida como raiz quadrada. Na raiz quadrada não é preciso escrever o índice $^2\sqrt{\quad}$. Basta $\sqrt{\quad}$.

Exemplos:

$\sqrt{4} = 4^{1/2} = (2^2)^{1/2} = 2^{2/2} = 2^1 = 2$

$\sqrt{9} = 9^{1/2} = (3^2)^{1/2} = 3^{2/2} = 3^1 = 3$

Como calcular a raiz quadrada, na HP12C:

Digite o número da base (a).

Pressione a tecla g.

Pressione a tecla \sqrt{x} - tecla 21.

Exemplos:

$\sqrt{4}$

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
4	4,	Introduz o primeiro número na calculadora.
g	4, g	Pressione g para trabalhar com as teclas de função azul.
\sqrt{x}	2,0000	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada.

Radiciação com índices diferentes de 2:

$$\sqrt[3]{8} = 8^{1/3} = (2^3)^{1/3} = 2^{3/3} = 2^1 = 2$$

$$\sqrt[5]{32} = 32^{1/5} = (2^5)^{1/5} = 2^{5/5} = 2^1 = 2$$

Como calcular a raiz de índice diferente de dois, na HP12C:

Digite o número da base (a).

Pressione **ENTER** para separar o segundo número (o índice) do primeiro (a base).

Digite o número do índice (n).

Pressione a tecla $1/x$.

Pressione a tecla y^x .

Exemplos:

$$\sqrt[5]{32}$$

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
32	32,	Introduz o primeiro número na calculadora - a base.
ENTER	32,0000	Pressione ENTER para separar o primeiro do segundo número.
5	5,	Introduz o segundo número na calculadora - o índice.
$1/x$	0,2000	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada - transforma o índice em expoente.
y^x	2,0000	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada.

$$\sqrt[3]{36}$$

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
36	36,	Introduz o primeiro número na calculadora - a base.
ENTER	36,0000	Pressione ENTER para separar o primeiro do segundo número.
3	3,	Introduz o segundo número na calculadora - o índice.
$1/x$	0,3333	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada - transforma o índice em expoente.
y^x	3,3019	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada.

$$\sqrt[24]{1.234.567,89}$$

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
1.234.567,89	1.234.567,89	Introduz o primeiro número na calculadora - a base.
ENTER	1.234.567,890	Pressione ENTER para separar o primeiro do segundo número.
24	24,	Introduz o segundo número na calculadora - o índice.
$1/x$	0,0417	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada - transforma o índice em expoente.
y^x	1,7940	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada.

1 Porcentagem

Porcentagem é uma fração especial na qual o denominador é sempre 100. Ela pode ser indicada por um número acompanhado da notação %.

Cem por cento significa 100/100, isto é 1 Na HP12C usamos as porcentagens na forma percentual: 10%. Quando realizamos cálculos algébricos utilizamos a forma unitária ou fator unitário: 0,10. A conversão é simples: **Fator Unitário = Fator Percentual / 100.**

Porcentagem		Fator Unitário	Porcentagem		Fator Unitário
100,0000%	=	1,0000	8.372,0000%	=	83,72000
10,0000%	=	0,1000	19,3150%	=	0,19315
1,0000%	=	0,0100	0,0060%	=	0,00006

A operação é simples - implica sempre em multiplicar ou dividir o número por 100. Isto significa colocar a vírgula duas casas para a direita ou para a esquerda conforme for o caso.

Como calcular porcentagem - % na HP12C:

Digite o número da base.

Pressione **ENTER** para separar o segundo número (o percentual) do primeiro (a base).

Digite o número do percentual.

Pressione a tecla %.

Exemplos:

Calcular 15% de 320.

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
320	320,	Introduz o primeiro número na calculadora - a base.
ENTER	32,0000	Pressione ENTER para separar o primeiro do segundo número.
15	15,	Introduz o segundo número na calculadora - o percentual.
%	48,0000	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada.

Acrescentar 12% de imposto a uma compra de R\$10.000,00.

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
10.000	10.000,	Introduz o primeiro número na calculadora - a base.
ENTER	10.000,0000	Pressione ENTER para separar o primeiro do segundo número.
12	12,	Introduz o segundo número na calculadora - o percentual.
%	1.200,0000	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada - calcula o valor a ser acrescentado.
+	11.200,0000	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada - calcula o valor final acrescido do imposto.

Se a base já estiver no visor, como resultado de um cálculo anterior, você não precisa pressionar **ENTER** antes de introduzir a porcentagem, da mesma forma que num cálculo aritmético em cadeia.

Exemplo:

O preço de tabela de um fardo de arroz é de R\$28,34. O vendedor oferece um desconto de 5%, e o imposto sobre o preço da venda de 7%. Qual será o valor do desconto do vendedor e o preço total final, caso realize a compra?

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
28,34	28,34	Introduz o primeiro número na calculadora - a base.
ENTER	28,3400	Pressione ENTER para separar o primeiro do segundo número.
5	5,	Introduz o segundo número na calculadora - o percentual do desconto.
%	1,4170	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada - calcula o valor a ser descontado.
-	26,9230	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada - calcula o valor final diminuído o desconto.
7	7,	Introduz o terceiro número na calculadora - o percentual do imposto.
%	1,8846	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada - calcula o valor a ser acrescentado.
+	28,8076	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada - calcula o valor final acrescido do imposto.

1 Diferença Percentual

Para calcular a diferença percentual entre dois números. Ela pode ser indicada pela notação $\Delta \%$.

Como calcular a diferença percentagem - $\Delta \%$ na HP12C:

Digite o número da base.

Pressione ENTER para separar o segundo número do primeiro (a base).

Digite o segundo número.

Pressione a tecla $\Delta \%$.

Se o segundo número for maior do que a base, a diferença percentual será positiva. Se o segundo número for menor do que a base, a diferença percentual será negativa. Além disso, uma resposta positiva indica um acréscimo, enquanto que uma resposta negativa indica um decréscimo.

Se você estiver calculando uma diferença percentual num intervalo de tempo, a base é em geral o valor que ocorre em primeiro lugar.

Exemplos:

Calcular a variação percentual entre 28,34 e 28,8076.

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
28,34	28,34	Introduz o primeiro número na calculadora - a base.
ENTER	28,3400	Pressione ENTER para separar o primeiro do segundo número.
28,8076	28,8076	Introduz o segundo número na calculadora.
$\Delta \%$	1,6500	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada - a resposta é 1,6500% de crescimento.

Conforme verificado na Gazeta Mercantil a cotação de suas ações adquiridas caíram de R\$58,50 para R\$53,25 por ação. Qual foi variação percentual?

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
58,50	58,50	Introduz o primeiro número na calculadora - a base.
ENTER	58,5000	Pressione ENTER para separar o primeiro do segundo número.
53,25	53,2500	Introduz o segundo número na calculadora.
Δ %	-8,9744	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada - a resposta é -8,9744% de queda.

1 Porcentagem do Total

Para calcular a porcentagem de um número sobre outro. Este procedimento é conhecido como cálculo da variação vertical.

Como calcular a porcentagem sobre o total - %T na HP12C:

Digite o número da base.

Pressione ENTER para separar o segundo número do primeiro (a base).

Digite o segundo número.

Pressione a tecla %T.

Pressione a tecla CLX.

Digite o terceiro número.

Pressione a tecla %T.

Exemplos:

Descrição	Valor	%T
Receita Bruta de Vendas	10.000	100,0000%
Impostos sobre Vendas	(1.000)	10,0000%
Receita Líquida de Vendas	9.000	90,0000%
Custos dos Produtos Vendidos	(7.650)	76,5000%
Lucro Bruto	1.350	13,5000%

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
10.000	10.000,	Introduz o primeiro número na calculadora - a base.
ENTER	10.000,0000	Pressione ENTER para separar o primeiro do segundo número.
1.000	1.000,	Introduz o segundo número na calculadora.
CHS	-1.000,	Troca o sinal do número no visor.
%T	-10,0000	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada - os impostos sobre vendas representam 10,0000% da Receita Bruta. Cuidado com a análise do sinal
CLX	0,0000	Apaga o visor.
9.000	9.000,	Introduz o terceiro número na calculadora.
%T	90,0000	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada - a Receita Líquida de Vendas representa 90,0000% da Receita Bruta. Cuidado com a análise do sinal.

E assim sucessivamente, até terminar todos os números. Desta forma saberemos quanto cada parcela participa no total.

Que porcentagem representa um ganho de R\$5.000,00 numa aplicação de R\$25.000,00?

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
25.000	25.000,	Introduz o primeiro número na calculadora - a base.
ENTER	25.000,0000	Pressione ENTER para separar o primeiro do segundo número.
5.000	5.000,	Introduz o segundo número na calculadora.
%T	20,0000	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada - o ganho representa 20,0000% da aplicação.

No mês passado, a sua empresa exportou produtos no valor de US\$3,92 milhões para os EUA, US\$2,36 milhões para a Europa e US\$1,67 milhões para o resto do mundo. Qual foi o percentual das vendas à Europa sobre o total exportado?

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
3,92	3,92	Introduz o primeiro número na calculadora - a base.
ENTER	3,9200	Pressione ENTER para separar o primeiro do segundo número.
2,36	2,36	Introduz o segundo número na calculadora.
+	6,2800	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada.
1,67	1,67	Introduz o terceiro número na calculadora.
+	7,9500	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada.
2,36	2,36	Introduz o quarto número na calculadora.
%T	29,6855	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada - as vendas para a Europa representam 29,6855% das Vendas Totais.

A HP12C mantém o montante total após o cálculo da porcentagem do total. Portanto, para calcular a porcentagem de outro valor sobre o total:

Pressione a tecla CLX, apagando o visor.

Introduza o outro valor.

Pressione %T .

Por exemplo, para calcular (com os dados do exercício anterior) as porcentagens absorvidas pelos EUA e pelo resto do mundo sobre o total da exportação:

CLX	0,0000	Apaga o visor.
3,92	3,92	Introduz o quinto número na calculadora.
%T	49,3082	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada - as vendas para os EUA representam 49,3082% das Vendas Totais.
CLX	0,0000	Apaga o visor.
1,67	1,67	Introduz o sexto número na calculadora.
%T	21,0063	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada - as vendas para o resto do mundo representam 21,0063% das Vendas Totais.

Exercício:

Calcule você agora: para negociar um produto você gastou R\$112.000,00 de mão-de-obra, R\$ 72.000,00 de matéria-prima, R\$ 35.412,00 de despesas gerais e R\$ 34.420, de marketing. Quanto representa percentualmente cada item?

Resposta:

Mão de obra = 44,1237%
Matéria prima = 28,3652%
Despesas gerais = 13,9510%
Marketing = 13,5602%

Exercício:

Em uma pesquisa de preços feita entre duas lojas sobre o valor de um lote de aparelhos eletrodomésticos, objetivamos os seguintes dados:

Loja A Valor: R\$ 2.500,00

Loja B Valor: R\$ 4.800,00

Qual a variação percentual entre os preços pesquisados?

Resposta:

92,0000%

Exercício:

Qual a variação percentual entre um índice no valor de 69,351283 e um índice no valor de 75,09114?

Resposta:

8,2765%

Exercício:

Após uma compra no supermercado X, fui verificar os preços dos itens comprados com o total gasto. Quanto representou percentualmente cada item sobre o total da compra?

Item A ü R\$ 35,68

Item B ü R\$ 12,25

Item C ü R\$ 72,84

Item D ü R\$108,32

Item E ü R\$ 57,48

Resposta:

Item A ü 12,4507%

Item B ü 04,2747%

Item C ü 25,4179%

Item D ü 37,7988%

Item E ü 20,0579%

1 Logaritmo Neperiano

A maioria das aplicações e captações existentes no mercado financeiro estão inseridas no regime de capitalização composta a qual, matematicamente falando, tem comportamento exponencial ou logarítmico.

Os logaritmos neperianos têm base e. O número e é obtido da expressão $(1 + 1/x)^x$ quando se faz x crescer indefinidamente, ou seja, tender a infinito é, aproximadamente, 2,718281828...

Indica-se: $\log_e b \Leftrightarrow LN b$ (tecla 23)

Em todos os exercícios de nosso curso, quando do uso de logaritmos, adotaram-se os de base neperiana em função da possibilidade de o aluno poder resolvê-los concomitantemente com uma calculadora financeira, a qual, em sua maioria, apresenta em seu teclado o logaritmo neperiano.

Propriedades dos Logaritmos

Como calcular a logaritmo neperiano - LN na HP12C:

Digite o número.

Pressione ENTER para separar o segundo número do primeiro.

Digite a tecla g para acionar as funções em azul.

Pressione a tecla LN.

Exemplos:

LN 10

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
10	10,	Introduz o primeiro número na calculadora.
ENTER	10,0000	Pressione ENTER para separar o primeiro do segundo número.
g	10,0000 g	Pressione g para trabalhar com as teclas de função azul.
LN	2,3026	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada.

$$10 = 5^n$$

Lembrando da propriedade de logaritmo de uma potência e lembrando-se de uma propriedade matemática que fala se multiplicarmos os dois termos pelo mesmo valor o resultado não modificará, então teremos:

$$LN 10 = LN 5^n$$

$$LN 10 = n LN 5$$

$$LN 10 / LN 5 = n$$

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
10	10,	Introduz o primeiro número na calculadora.
ENTER	10,0000	Pressione ENTER para separar o primeiro do segundo número.
g	10,0000 g	Pressione g para trabalhar com as teclas de função azul.
LN	2,3026	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada.
5	5,	Introduz o segundo número na calculadora.
g	5, g	Pressione g para trabalhar com as teclas de função azul.
LN	1,6094	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada.
÷	1,4307	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada.

Pressionando **g LN** calcula-se o logaritmo neperiano; isto é, o logaritmo na base e do número no visor. Para calcular o logaritmo na base decimal do número contido no visor, calcule o logaritmo neperiano e então pressione **10 g LN + .**

1 Função de Calendário

Esta função serve para fazermos cálculos com datas, manipulando datas ente 15 de outubro de 1582 até 25 de novembro de 4046.

Para trabalhar com datas no formato mês, dia e ano (comum na língua inglesa):

Pressione a tecla **g** para acessar funções azuis.

Pressione a tecla **M.DY** - tecla 28

Obs.: Não aparecerá nada na tela; porém a calculadora assumiu este tipo de formato. A HP12C já vem com este formato pré-definido.

Na língua inglesa a data é escrita da seguinte forma: Abril, 01 1998.

Como introduzir datas pelo sistema inglês na HP12C:

Pressione os dois dígitos do mês.

Pressione a tecla do ponto decimal **•** (tecla 48).

Pressione os dois dígitos do dia.

Pressione os quatro dígitos do ano.

Pressione **ENTER** para separar o segundo número do primeiro.

Exemplo:

Introduzir a data 01 de maio de 1964, no formato inglês.

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
05	05,	Introduz os dois dígitos referentes ao mês de maio.
•	05,	Pressione tecla ponto decimal para separar o mês do restante da data.
01	05,01	Introduz os dois dígitos referentes ao dia.
1964	05,011964	Introduz os quatros dígitos referentes ao ano.
ENTER	5,0120	Pressione ENTER para separar o segundo número do primeiro.
F 6	5,011964	Pressione f para trabalhar com as teclas de função amarelas - alterar o número de casas decimais.

Para trabalhar com datas no formato dia, mês e ano (comum na língua portuguesa):

Pressione a tecla **g** para acessar funções azuis.

Pressione a tecla **D.MY** - tecla 27.

Obs.: Aparecerá na parte inferior do teclado, ao lado do C, as letras D.MY (correspondem a Day, month, year).

Como introduzir datas pelo nosso sistema na HP12C:

Pressione os dois dígitos do dia.

Pressione a tecla do ponto decimal **•** (tecla 48).

Pressione os dois dígitos do mês.

Pressione os quatro dígitos do ano.

Pressione **ENTER** para separar o segundo número do primeiro.

Exemplo:

Introduzir a data 01 de maio de 1964, no nosso formato.

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
01	01,	Introduz os dois dígitos referentes ao dia do mês.
.	01,	Pressione tecla ponto decimal para separar o dia do restante da data.
05	01,05	Introduz os dois dígitos referentes ao mês.
1964	01,051964	Introduz os quatro dígitos referentes ao ano.
ENTER	1,0520	Pressione ENTER para separar o segundo número do primeiro.
f 6	1,051964	Pressione f para trabalhar com as teclas de função amarelas - alterar o número de casas decimais.

Procure conservar no rodapé de sua HP12C as letras **D.MY**.

O formato da data que você tiver especificado ficará vigorando até que você o mude; ele não é redefinido cada vez que a calculadora é ligada. No entanto, se a memória contínua for completamente apagada, o formato da data ficará sendo mês, dia e ano.

1 Números de Dias entre Datas

Para calcular o número de dias entre duas datas na HP12C:

Introduza a data mais antiga e pressione **ENTER**.

Introduza a data mais recente e pressione **g Δ DYS** (tecla 26).

A resposta apresentada no visor é o número real de dias entre as duas datas, incluindo os dias adicionais dos anos bissextos, se houver. Além disso, a HP12C também calcula o número de dias entre as duas datas, na base de um mês de 30 dias (ano comercial). Tal resposta é mantida dentro da calculadora: para apresentá-la no visor, pressione **X ≥ Y**. Pressionando **X ≥ Y** novamente, a resposta original retornará ao visor.

Exemplo:

Quantos dias há entre 26 de outubro de 1966 e 26 de janeiro de 1999.

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
f 6	0,000000	Introduzir seis casas decimais.
26,101966	26,101966	Introduz a data mais antiga.
ENTER	26,101966	Pressione ENTER para separar a primeira data da segunda.
26,011999	26,011999	Introduz a data mais recente.
g	26,011999 g	Pressione g para trabalhar com as teclas de função azul.
Δ DYS	11.780,000000	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada. Resposta em dias - ano civil.
X ≥ Y	11.610,000000	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada. Resposta em dias - ano comercial.

1 Datas Futuras ou Passadas

Para determinar a data e o dia, tendo decorrido um certo número de dias a partir de uma determinada data na HP12C:

Introduza a data fornecida e pressione **ENTER**.

Introduza o número de dias.

Se a data for no passado, pressione **CHS**.

Pressione **g DATE**.

A resposta calculada pela função DATE é apresentada num formato especial. Os dígitos do dia, mês e ano são isolados por separadores de dígitos, e o dígito à direita da resposta indica o dia da semana: 1 para segunda-feira e 7 para domingo.

Exemplo:

Um CDB de 90 dias comprado em 04 de janeiro de 1999 vence em que dia?

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
f 6	0,000000	Introduzir seis casas decimais.
04,011999	04,011999	Introduz a data fornecida.
ENTER	4,011999	Pressione ENTER para separar a primeira data do número de dias.
90	90,	Introduz o número de dias.
g	90, g	Pressione g para trabalhar com as teclas de função azul.
DATE	4.04.1999 7	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada. 04 de abril de 1999 - domingo.

Um CDB resgatado em 23 de novembro de 1998 foi comprado 90 dias antes. Qual a data em que foi comprado?

Pressione	Visor	Descrição da Atividade
f 6	0,000000	Introduzir seis casas decimais.
23,111998	23,111998	Introduz a data fornecida.
ENTER	23,111998	Pressione ENTER para separar a primeira data do número de dias.
90	90,	Introduz o número de dias.
CHS	-90,	Transforma o número positivo em negativo.
g	90, g	Pressione g para trabalhar com as teclas de função azul.
DATE	25.08.1998 2	A resposta é calculada assim que a tecla da operação é pressionada. 25 de agosto de 1998 - terça-feira.

OPERAÇÕES FINANCEIRAS SIMPLES - 2ª PARTE

1 Valor do Dinheiro no Tempo: Custo de Oportunidade

Preferência de receber hoje e pagar no futuro.

Recebendo hoje, posso aplicar e ganhar um determinado prêmio.

Custo de Oportunidade de Capital é o Prêmio que será pago pelo

Mercado Financeiro caso você aplique o capital.

Exercícios:

Todos os exercícios devem ser demonstrados matematicamente completos e seus cálculos realizados com a HP12C.

1. Suponha que você deva receber hoje a quantia de \$5.000, em decorrência de uma operação de crédito efetuada anteriormente. Se o devedor lhe propuser a repactuação desse compromisso, prorrogando o pagamento por um período determinado e oferecendo em troca a importância de \$5.350 ao final do mesmo período, você aceitará tal proposta? Que quantia oferecida pelo devedor tornaria a decisão irrelevante para você? (Considere o seu custo de oportunidade igual a 10%, no período em questão.)
2. Um ativo, cujo preço à vista é de \$2.500, pode ser negociado para pagamento em 30 dias, pelo valor de \$2.600. Se o seu custo de oportunidade for de 2% ao mês, pergunta-se:
 - a) qual seria a sua opção? Pagamento à vista ou em 30 dias?
 - b) Qual seria o valor mínimo que você estaria disposto a desembolsar, no caso de liquidação em 30 dias?
 - c) Se o seu custo de oportunidade fosse de 6% ao mês, você mudaria a sua decisão? Neste caso, qual seria a quantia máxima que você estaria disposto a desembolsar, no final do referido período?

1 Comparação e Equivalência de Capitais

O Capital no momento zero é equivalente no tempo,

em função a uma determinada taxa,

ao Capital no momento um.

Exercícios:

Todos os exercícios devem ser demonstrados matematicamente completos e seus cálculos realizados com a HP12C.

1. Quanto você pagaria hoje por um título que, ao final de certo período, será resgatado pelo valor de \$5.775, caso deseje obter uma rentabilidade de 10%, nesse período? Refaça o cálculo para o caso dessa rentabilidade ser de 5%.
1. Um título de valor nominal igual a \$1.500.000, no seu vencimento, é descontado hoje, à taxa efetiva de 20%, no período. Determinar o valor descontado (valor de liquidação) nesta data, bem como o valor do desconto praticado. Refaça os cálculos para uma taxa efetiva de 25%.
2. Um título é descontado em 36% sobre o valor nominal. Determine a taxa efetiva praticada nessa operação. Que taxa de desconto deveria incidir sobre o referido valor nominal, a fim de se obter uma taxa efetiva de 60%, no período da operação.
- 1 *Efeito Inflacionário sobre uma Aplicação de Capital: Taxa Real x Taxa Aparente*

2 *Determinação da Taxa Real Associada a uma Operação Financeira.*

3 *Determinação da Taxa Aparente Associada a uma Operação, com base na Estimativa de Inflação do Período.*

Taxa Nominal = Taxa de Mentira

Taxa Efetiva = Taxa de Verdade

Taxa Aparente = Taxa de Mentira sem Inflação

Taxa Real = Taxa de Verdade sem Inflação

Fluxo Nominal

O Fluxo Nominal apresenta as seguintes variáveis:

Capital = C

Montante = M

Juros = J

ru = taxa nominal unitária

rp = taxa nominal percentual

Fluxo Aparente

O Fluxo Aparente apresenta as seguintes variáveis:

Capital = C

Montante = M

Juros = J

ru = taxa nominal unitária

rp = taxa nominal percentual

Inflação

Capital Corrigido = Cc

Juros Aparente = Ja

rua = taxa aparente unitária

rpa = taxa aparente percentual

Fluxo Efetivo

O Fluxo Efetivo apresenta as seguintes variáveis:

Capital = C

Montante = M

Juros = J

Imposto de Renda = IR

Taxa de Abertura de Crédito = TAC

Saldo Médio = SM

Imposto Operações Financeiras = IOF

Juros Antecipados

Contribuição Provisória Movimentação Financeira = CPMF

taxa efetiva unitária = ru_L

taxa efetiva percentual = rp_L

Fluxo Real

O Fluxo Real apresenta as seguintes variáveis:

Capital = C

Montante = M

Juros = J

Imposto de Renda = IR

Taxa de Abertura de Crédito = TAC

Saldo Médio = SM

Imposto Operações Financeiras = IOF

Juros Antecipados

Contribuição Provisória Movimentação Financeira = CPMF

Taxa efetiva unitária = ru_L

Taxa efetiva percentual = rp_L

Inflação

Capital Corrigido = Cc

Juros Real = Jr

rur = taxa real unitária

Rpr = taxa real percentual

Exercícios:

Todos os exercícios devem ser demonstrados matematicamente completos e seus cálculos realizados com a HPI2C.

1. O capital de \$500.000, aplicado durante um certo período, proporciona um montante de \$900.000, ao final do mesmo. Determinar a renda aparente e a rentabilidade aparente obtidas nessa aplicação, admitindo-se uma inflação de 50% no período considerado. Refazer os cálculos para uma inflação de 100%.
2. O capital de \$300.000 rende juros de \$285.000, ao final de certo período. Determinar a renda e a rentabilidade aparente dessa aplicação, supondo-se, para esse período, uma inflação de: a) 50% e b) 150%.
3. Um fundo de investimento rende 12,75%, em dado período. Determinar o retorno aparente proporcionado por esse fundo, supondo-se uma inflação de 10% no período considerado.
4. Compare as duas alternativas de aplicação abaixo apresentadas, ambas associadas a um mesmo período:
 - a) título com remuneração bruta e prefixada em 18,50%, tributada em 20%, no final do período.
 - b) título com remuneração bruta prefixada em 16,75%, tributada em 8% antecipadamente.Determine a rentabilidade real oferecida por esses dois títulos, considerando-se uma inflação de 25% no período.
5. Na aplicação de \$10.000, durante um certo período, deseja-se obter uma remuneração real de 10%. Supondo-se que a correção monetária associada a esse período seja de 80%, pede-se determinar:
 - a) a renda real, a renda efetiva e o montante que deverão ser proporcionados por essa aplicação.
 - b) a rentabilidade efetiva dessa aplicação.
6. Para se obter uma rentabilidade real de 15% em dado período, ao qual está vinculada uma expectativa inflacionária de 100%, que rentabilidade efetiva deverá ser demandada?
7. Qual deverá ser a remuneração efetiva proporcionada por uma aplicação mensal em Caderneta de Poupança (rentabilidade real de 0,5% ao mês), se a correção monetária for de: a) 4% ao mês; b) 10% ao mês; c) 20% ao mês.
8. Uma aplicação em depósito a prazo oferece remuneração nominal (pós-fixada) de 33,25%, para um dado período. Sabendo-se que a remuneração aparente é tributada em 30%, no final do período, e que a correção monetária associada a esse período foi estimada em 30%, pede-se determinar:
 - a) a remuneração real dessa aplicação.
 - b) a renda líquida aparente, a renda líquida real e o valor de resgate proporcionados pela aplicação de \$500.000, nessa operação.
9. Uma aplicação em depósito a prazo, no valor de \$500.000,00, oferece remuneração prefixada em 44,20%, para um dado período. Sabendo-se que o rendimento aparente dessa operação é tributado em 30%, pede-se determinar a remuneração real líquida aí obtida, caso a correção monetária do período seja de 20%.
10. Considere um título com valor de resgate igual a \$826.200, ao final de um dado período. Qual seria o valor máximo pelo qual você compraria esse título hoje, considerando-se um custo de oportunidade de 2% (taxa real) e uma expectativa inflacionária de 35%, nesse período.

MATEMÁTICA FINANCEIRA - JUROS SIMPLES**1 Regime de Apropriação de Juros - Juros Simples**

Quando o período (tempo) for igual a 1, o juros simples é igual ao juros compostos.

Até o momento só trabalhamos com períodos unitários (Fluxos Binários). A partir de hoje estaremos trabalhando com períodos compostos - Fluxos Periódicos.

Dica muito importante:

Juros simples - sempre incide sobre o capital inicial.

Juros compostos - sempre incidem sobre o capital acrescido dos juros (Montante).

A partir de agora vamos entender o que é um cálculo de juros simples, em um fluxo periódico.

O que diferencia um fluxo binário de um periódico?

O **Tempo**; isto é, a partir de agora trabalharemos com períodos diferentes de 1.

Vamos trabalhar com alguns exemplos para que possamos visualizar corretamente a sistemática de juros simples em fluxos periódicos.

Lembrança importante:

Juros simples - sempre incide sobre o capital inicial.

Exemplo:

Aplicação de \$1.000 durante certo período paga um rendimento de 10%. Calcular o montante.

Se, quando do resgate do título, o aplicador quiser reaplicá-lo por mais um período, a mesma taxa; como fica o fluxo?

Poderia dizer que estes dois fluxos são iguais ao fluxo abaixo demonstrado:

Poderia dizer que este fluxo é igual ao fluxo abaixo demonstrado:

Resposta: **20%**. Como esta taxa foi calculada?

Vamos rever juros simples.

Todos nossos exercícios até agora as taxas eram descritas como sendo para um certo período, para um tempo já designado, durante um certo tempo, para x dias, para x meses etc..

Qual é a fórmula para calcular os Juros pela metodologia de juros simples?

$$J = ru \times C$$

Lembremos **no sistema de juros simples os juros incidem sempre sobre o capital inicial.**

$$J1 = C \times ru = 1.000 \times 0,10 = 100$$

$$J2 = C \times ru = 1.000 \times 0,10 = 100$$

ou

$$J_{\text{total}} = J1 \times n = 100 \times 2 = 200$$

Então:

$$M = C + J = 1.000 + 200 = 1.200$$

Se:

$$J1 = C \times ru \text{ e } J_{\text{total}} = J1 \times n \text{ e } J_{\text{total}} = J$$

Então:

$$J = C \times ru \times n$$

Se:

$$M = C + J \text{ e } J = C \times ru \times n$$

Então:

$$M = C + C \times ru \times n = C (1 + ru \times n)$$

Se:

$$ru = J / (C \times n) \text{ ou } ru \times n = J / C \text{ e } J = M - C$$

Então:

$$ru \times n = (M - C) / C = M / C - 1$$

Então:

$$ru \times n = M / C - 1$$

Exemplo:

Um capital de 500.000 é aplicado à taxa mensal de 50% durante três meses. Calcular os juros e o montante.

Lembremos no sistema de juros simples os juros incidem sempre sobre o capital inicial.

$$J1 = C \times ru = 500.000 \times 0,50 = 250.000$$

$$J2 = C \times ru = 500.000 \times 0,50 = 250.000$$

$$J3 = C \times ru = 500.000 \times 0,50 = 250.000$$

ou

$$J_{\text{total}} = J1 \times n = 250.000 \times 3 = 750.000$$

Então

$$M = C + J = 500.000 + 750.000 = 1.250.000$$

Vejamus uma demonstração através de um quadro de sistema de amortização.

Tempo	Prestação	Juros	Amortização	Saldo Devedor
0	-	-	-	500.000
1	-	250.000	-	750.000
2	-	250.000	-	1.000.000
3	-	250.000	-	1.250.000

Exercícios:

1. Capital de 500.312 é aplicado a juros de 20% ao trimestre, durante 270 dias. Determinar a renda e o montante proporcionados por essa aplicação, ao final do prazo mencionado, no R.J.S.
2. Um fundo de investimentos proporciona rentabilidade de 2,5%, 4,0%, 7,5% e 5,0% durante quatro meses consecutivos. Determinar a renda e o montante proporcionados pela aplicação de \$400.000 nesse fundo, ao final do quadrimestre.
3. Qual é o capital que, aplicado a juros de 10% ao mês, proporciona um montante de \$43.575, ao final de três meses?
4. A aplicação do capital de \$62.500 proporciona, ao final de um ano, juros de \$67.100. Determinar a taxa trimestral associada a essa aplicação.
5. Ao final de quanto tempo, um capital aplicado a juros de 2,5% ao mês dobrará de valor?
6. Aplicando-se determinado capital a juros simples de 5% ao mês, obteve-se um montante de \$960.000, ao final de quatro meses. Calcular o capital.
7. Uma aplicação financeira proporciona uma remuneração mensal de 8%. Determinar a taxa proporcional relativa a um período trimestral, semestral e anual.
8. Determinar as taxas mensal, quadrimestral e semestral proporcionais a 60% ao ano.
9. Uma aplicação financeira proporciona remuneração de 4,25% no período de 40 dias, calcular a taxa proporcional para: 1 dia, um mês, um bimestre, um trimestre, um semestre, um ano e dez anos.
10. Considere um financiamento de \$7.000 com prazo de 12 meses e juros de 10% ao mês, a serem pagos no vencimento do contrato, juntamente com a amortização do principal. Determinar o montante a ser liquidado nessa ocasião.
11. Considere uma operação de financiamento com prazo de 30 dias, sujeito a juros de 108% ao ano. Calcular o montante.
12. Considere uma operação de empréstimo com prazo de 80 dias e juro de 4,5% ao mês, liquidada mediante um único desembolso, no vencimento do contrato. Calcular o montante a ser pago ao prestador.

MATEMÁTICA FINANCEIRA - JUROS COMPOSTOS**I Regime de Apropriação de Juros - Juros Compostos**

Fluxos Periódicos.

Dica muito importante:

Juros compostos - sempre incidem sobre o capital acrescido dos juros (Montante).

A taxa e o tempo sempre devem estar na mesma unidade de tempo.

A partir de agora vamos entender o que é um cálculo de juros composto, em um fluxo periódico.

Vamos trabalhar com alguns exemplos para que possamos visualizar corretamente a sistemática de juros compostos em fluxos periódicos.

Exemplo:

Empréstimo de \$500.000 durante três meses cobra uma taxa de juros de 50% ao mês.

Calcular o montante, pelo Regime de Juros Simples.

Tempo	Prestação	Juros	Amortização	Saldo Devedor
0	-	-	-	500.000,00
1	-	250.000,00	-	750.000,00
2	-	250.000,00	-	1.000.000,00
3	-	250.000,00	-	1.250.000,00

O que fizemos até agora com o juros simples em fluxo periódico?

Pegamos o **Tempo (n)**, multiplicamos pela **Taxa (ru)** e multiplicamos pelo **Capital (C)**, e encontramos os **Juros (J)**.

$$n \times ru = J / C \text{ ou } n \times ru \times C = J \text{ ou } n \times ru = M / C - 1$$

$$3 \times 0,50 = J / 500.000 \text{ ou } 3 \times 0,50 \times 500.000 = J$$

$$J = 750.000$$

$$M = C + J = 500.000 + 750.000 = 1.250.000 \quad \text{ou} \quad 3 \times 0,50 = M / 500.000 - 1 \text{ ou } (1,50 + 1) \times 500.000 = M$$

$$M = 1.250.000$$

Pelo Regime de Juros Compostos

Tempo	Prestação	Juros	Amortização	Saldo Devedor
0	-	-	-	500.000,00
1	-	250.000,00	-	750.000,00
2	-	375.000,00	-	1.125.000,00
3	-	562.500,00	-	1.687.500,00

Como calculamos o Saldo devedor e os juros?

$$J1 = 500.000 \times 0,50 = 250.000$$

$$M1 = 500.000 + 250.000 = 750.000$$

$$J2 = 750.000 \times 0,50 = 375.000$$

$$M2 = 750.000 + 375.000 = 1.125.000$$

$$J3 = 1.125.000 \times 0,50 = 562.500$$

$$M3 = 1.125.000 + 562.500 = 1.687.500$$

Desta maneira é muito trabalhoso. Podemos calcular de outra maneira mais fácil?

Vejamos outra forma de calcular o Montante.

Se estamos trabalhando com uma Progressão Geométrica, então o número anterior vezes a razão é igual ao número atual. Em termos de matemática financeira podemos dizer que o Capital vezes uma razão da taxa é igual ao Montante.

Em Progressão Geométrica a razão é calculada dividindo-se o número atual pelo número anterior.

Em Matemática Financeira o cálculo é igual: divide-se o Montante pelo Capital.

Vejamos:

$$\text{razão} = M / C \text{ ou } \text{razão} = 750.000 / 500.000 = 1,50$$

$$\text{razão} = M / C \text{ ou } \text{razão} = 1.125.000 / 750.000 = 1,50$$

$$\text{razão} = M / C \text{ ou } \text{razão} = 1.687.500 / 1.125.000 = 1,50$$

então

$$M1 = 500.000 \times 1,50 = 750.000$$

$$M2 = 750.000 \times 1,50 = 1.125.000$$

$$M3 = 1.125.000 \times 1,50 = 1.687.500$$

O que é a razão?

Muito simples: é o número índice da taxa.

Isto é: a taxa dividida por 100 mais 1 ou $(rp / 100) + 1 = i$

Nos juros compostos a taxa será chamada de i (i , i_L , i_a , i_r).

Então como fica nossa fórmula para os cálculos dos juros compostos:

$$M = C \times (1 + i)$$

$$M = C + J \text{ ou } J = M - C$$

$J = C \times (1 + i) - C$ ou, colocando o Capital em evidência:

$$J = C [(1 + i) - 1]$$

Exercícios:

1. Capital de 500.312 é aplicado a juros de 20% ao trimestre, durante 270 dias. Determinar a renda e o montante proporcionados por essa aplicação, ao final do prazo mencionado, no R.J.C.
2. Um fundo de investimentos proporciona rentabilidade de 2,5%, 4,0%, 7,5% e 5,0% durante quatro meses consecutivos. Determinar a renda e o montante proporcionados pela aplicação de \$400.000 nesses fundos, ao final do quadrimestre.
3. Qual é o capital que, aplicado a juros de 10% ao mês, proporciona um montante de \$43.575, ao final de 3 meses?

Nomenclaturas utilizadas:

Prestação = $P = PMT$

Capital = $C = PV =$ Valor Presente

Fator de Valor Presente = FPV

Tempo = n

Taxa = i

Como são determinadas as Prestações:

$$PMT = PV / FPV$$

$$FPV = [1 - (1 + i)^{-n}] / i$$

MATEMÁTICA FINANCEIRA - FLUXO DE CAIXA**1. Valor Presente Líquido de um Fluxo de Caixa Descontado**

É a soma algébrica dos valores das entradas e saídas de caixa descontadas a uma mesma taxa de juros compostos. Para se determinar o VALOR PRESENTE LÍQUIDO (NPV) de um determinado fluxo de caixa, todas as saídas e entradas descontadas a uma mesma taxa de juros compostos são levadas a uma mesma data focal e somam-se os valores descapitalizados. Normalmente a data focal é a data zero.

Exemplo:

Toninho emprestou R\$928.200,00 a um amigo a uma taxa mensal de 12%. Ficou combinado que o empréstimo seria pago em uma parcela de R\$292.820,00 daqui a um mês, R\$292.820,00 daqui a dois meses, de R\$292.820,00 daqui a três meses e R\$292.820,00 daqui a quatro meses. Toninho ganhou ou perdeu na operação?

Resolução:

Construir o Fluxo de Caixa.

Cálculo do NPV

$$NPV = -928.200 + 292.820/1,12 + 292.820/1,12^2 + 292.820/1,12^3 + 292.820/1,12^4$$

$$NPV = -928.200 + 261.446 + 233.434 + 208.423 + 186.092$$

$$NPV = - 38.803$$

Resolução na HP12C:

928.200 CHS g CFo

292.820 g CFj

292.820 g CFj

292.820 g CFj

292.820 g CFj

12 i

f NPV

running

-38.803

Exercício:

Qual será o ganho se a taxa for de 8% ao mês?

1 Taxa Interna de Retorno

É a taxa de juros compostos para a qual o valor atual do fluxo de caixa é zero; isto é, descontando-se o fluxo de caixa à taxa interna de retorno, o valor atual líquido é nulo.

Existe uma taxa i para a qual o $NPV = 0$. Esta é a **IRR**.

Exemplo:

Qual a **IRR** para a operação de Toninho?

$$IRR = -928.200 + 292.820/(1+i) + 292.820/(1+i)^2 + 292.820/(1+i)^3 + 292.820/(1+i)^4$$

Se a IRR gera um valor presente líquido igual a zero, então:

$$0 = -928.200 + 292.820/(1+i) + 292.820/(1+i)^2 + 292.820/(1+i)^3 + 292.820/(1+i)^4$$

Vamos resolver matematicamente:

$$928.200 = 292.820 (1/(1+i) + 1/(1+i)^2 + 1/(1+i)^3 + 1/(1+i)^4)$$

É uma Progressão Geométrica de razão igual a $1/(1+i)$. O Somatório de uma PG com Já pensou fazer todos estes cálculos a mão. Onde estará a tabela?

Resolveremos com a HP12C

928.200 CHS g CFo

292.820 g CFj

292.820 g CFj

292.820 g CFj

292.820 g CFj

f IRR

running

10,0000

Isto quer dizer que se Toninho emprestar a 10% não haverá ganho. Se a taxa que o mercado paga for superior a 10%, melhor será ele aplicar no mercado. Se a taxa que o mercado pagar for inferior a 10%, melhor será ele emprestar.

Exercícios:

- Mariano fez um investimento que teve a duração de quatro anos. Investimento R\$8.000,00 e retorno de R\$3.400,00 no primeiro ano, R\$5.700,00 no segundo, não houve retorno no terceiro e R\$6.300,00 no quarto ano. Qual o valor presente líquido se o fluxo for descontado a 25% e a 40%. Qual é a taxa interna de retorno da operação?
- Carlitos participou de um projeto cujo fluxo de caixa é demonstrado abaixo. Qual o valor presente líquido a taxa de 22% e 25%? Qual é a taxa interna de retorno da operação? Qual seria a IRR, se o investimento inicial fosse R\$960,00?

Data	Retorno
0	-876,00
1	443,00
2	-230,00
3	520,00
4	520,00
5	520,00

- Um determinado projeto está sendo analisado. Sabe-se que a vida útil do mesmo é de quatro anos e o fluxo de caixa gerado está abaixo demonstrado. Calcular: a) A IRR do projeto; b) Se a variação anual do dólar é de 11%, determinar se o projeto é viável e c) Para que a IRR fosse igual à taxa de mercado, o investimento inicial deveria ser de.....?

Data	Entradas	Saídas	Saldo Líquido
0	0,00	354,00	
1	225,00	104,00	
2	213,00	243,00	
3	308,00	168,00	
4	469,00	239,00	

APÊNDICE

Como fazer cálculos financeiros na HP12

Juros simples

A fórmula de juros simples é descrita como:

$$J = PV * I * N$$

onde:

J= valor dos juros

PV= valor presente

I= taxa de juros (%)

N= período da aplicação

Para o cálculo de juros simples não é necessária a utilização de nenhuma função da HP12C já que podemos facilmente isolar a variável desejada e efetuar cálculos, basta apenas lembrar que se a taxa de juros (I) for mensal deve-se usar um período mensal. Deve-se também lembrar que a taxa de juros é expressa na forma I/100 na fórmula.

Juros compostos

A fórmula de juros compostos é descrita como:

$$FV = PV * (1 + I)^N$$

onde:

FV= valor futuro

PV= valor presente

I= taxa de juros (%)

N= período da aplicação

Para efetuar cálculos deve-se apenas digitar os valores e clicar na respectiva tecla e depois clicar na tecla que se deseja resolver. Note que em I você deve colocar o valor inteiro dos juros e não I/100 e que este é o valor dos juros no período especificado em P/YR. Caso você tenha um valor de taxa de juros de 5% ao mês (5% a.m.) você deve entrar em I o valor 5.

Deve-se considerar também quando são feitos o pagamento dos juros (no início ou no final de cada período), existindo para esta função um campo onde você escolhe entre End (pagamento no final) - [g][END] ou Beg (pagamento no começo) - [g][BEG]. Esta função faz uma grande diferença no resultado de seus cálculos.

No caso de depósitos ou retiradas no investimento [PMT] deve-se considerar o fluxo de caixa, ou seja, considerar os depósitos como valores negativos (como você está retirando de seu bolso para aplicar) e os resgates valores positivos (porque você está retirando seu dinheiro da aplicação e colocando em seu bolso). Este é o motivo dos valores de PV e FV serem sempre contrários.

Exemplo:

Você tem R\$5.000,00 e quer aplicar na poupança com um rendimento de 1,2% a.m. durante um ano fazendo retiradas de R\$250,00 no final de cada mês. Quanto dinheiro você resgatará no final deste ano?

Você deve então digitar na sua HP:

[f] S para limpar os registradores financeiros

12 [n] (numero de meses da aplicação)

1,2 [i] (valor da taxa de juros por período)

-5000 [PV] (negativo de acordo com o fluxo de caixa)

250 [PMT] (positivo de acordo com o fluxo de caixa)

A HP deve estar no modo End já que os pagamentos de taxa em um banco são feitos no final de cada mês

Clique em [FV], você obterá:

2.563,34

ou seja, após um ano de aplicação retirando R\$250,00 por mês você terá R\$2.563,34.

Amortizações

Caso você queira saber o valor que você possui em cada período (ou seja, calcular as amortizações) a HP12C também oferece esta possibilidade.

Exemplo2:

Para o mesmo exemplo anterior verificar os valores de cada amortização no período da aplicação.

Considere o mesmo fluxo de caixa e resolva o FV.

Entre com o mês que deseja ser amortizado e clique em [f] AMORT (mês 1 no exemplo abaixo).

Aparecerá na tela:

60,00 (juros obtido até o período)

Clicando-se [X>

190,00 (valor resgatado menos os juros no período)

Como calcular logaritmo na base 10 na HP12C

A HP12C é uma calculadora financeira, então ela não possui muitas funções científicas úteis como LOG. Na HP12C, entretanto você acha LN, que é logaritmo na base e (2.71828...).

Para se calcular um logaritmo na base 10 (LOG) é só usar uma das propriedades de logaritmo:

$$\text{LOG}_b a = \text{LOG}_c a / \text{LOG}_c b$$

Ou seja, para calcular o LOG na base 10 de 1000 (LOG₁₀ 1000) faça o seguinte:

1000 [g] LN

10 [g] LN

[/]

Você irá obter 3, o resultado do LOG 1000 na base 10.

***** PROGRAMAS HP 12C *****

Juros Simples		Combinação
01. RCL FV		01. RCL i
02. g x=0		02. g n!
03. g GTO 05		03. PV
04. g GTO 16		04. RCL i
05. RCL i		05. RCL n
06. EEX		06. -
07. 2		07. g n!
08. ÷		08. RCL n
09. RCL n		09. ×
10. ×		10. i
11. 1		11. RCL PV
12. +		12. RCL i
13. RCL PV		13. ÷
14. ×		14. g GTO 00
15. R/S		
16. RCL PV		1.Nº de elementos
17. g x=0		em i
18. g GTO 20		2.Nº de repetições
19. g GTO 31		em n
20. RCL FV		
21. RCL i		
22. EEX		Mudança de Período
23. 2		
24. ÷		01. 1
25. RCL n		02. ENTER
26. ×		03. ENTER
27. 1		04. RCL i
28. +		05. %

29. ÷	06. +
30. R/S	07. RCL FV
31. RCL i	08. RCL PV
32. g x=0	09. ÷
33. g GTO 35	10. Yx
34. g GTO 46	11. Var. %(tc. 24)
35. RCL FV	12. g GTO 00
36. RCL PV	
37. ÷	1.Taxa % em i
38. 1	2.Ponha o período
39. -	procurado em FV
40. RCL n	3.Ponha o período
41. ÷	fornecido em PV
42. EEX	4.Tecle R/S
43. 2	_____
44. ×	
45. R/S	CONTROLE C/C
46. RCL FV	
47. RCL PV	01. CHS
48. ÷	02. STO + 4
49. 1	03. RCL 4
50. -	
51. RCL i	Desta maneira, os cré-
52. EEX	ditos devem ser inse-
53. 2	ridos com sinal nega-
54. ÷	tivo.
55. ÷	Para registrar os cré-
56. R/S	ditos e os débitos
	normalmente é só pular
1.Zerar os registros	a primeira linha na
financeiros	hora de programar e
2.Inserir os valores	começar a partir da
das três variáveis	segunda.
conhecidas em qual-	
quer ordem, nos re-	
gistros financeiros	
3.Taxa % em i	
4.Pressionar a tecla	
R/S	

ACHAR TAXAS DE JUROS EQUIVALENTES

O intuito deste programa é o de achar a taxa equivalente, onde devemos fornecer a taxa de juros que se quer achar a equivalente. Digite o programa abaixo em sua HP:

Teclar	Visor	Descrição
[f] [P/R]	[00-]	Colocar em modo programação
[f] [PRGM]	[00-]	Limpa memória dos programas
[x ^{>} <y]	[01-][34]	Inverte pilha
[1]	[02-][1]	Digitaremos 100 (percentual)
[0]	[03-][0]	"
[0]	[04-][0]	"
[/]	[05-][10]	Divide a taxa pelo nr. 100
[1]	[06-][1]	Somar 1
[+]	[07-][40]	Somar
[x ^{>} <y]	[08-][34]	Inverter novamente a pilha
[Y ^x]	[09-][21]	Eleva o registrador Y em X.
[1]	[10-][1]	Entrada 1
[-]	[11-][30]	Subtrai-se um do total
[1]	[12-][1]	Digitaremos 100 novamente
[0]	[13-][0]	"
[0]	[14-][0]	"
[*]	[15-][20]	Multiplica por 100
[f] [P/R]	0,00	Sair do modo de programação

Vamos agora testar nosso programa:

- Se tivermos uma taxa de 2% a.m. e queremos achar esta taxa ao ano:

2 [ENTER] 12 [P/R]

Teremos 26,82418% a.a. sobre uma taxa de 2% a.m.

- Se tivermos uma taxa de 60,10322% a.a. e queremos acha-la ao mês:

60,10322 [ENTER] 12 [1/x] [P/R]

Teremos 4,000% a.m. Usamos a tecla [1/x] para um período menor ao estipulado

TABELA SAC

Com uma taxa de juros, uma quota de amortização e o valor financiado, este programa cria para você uma tabela SAC. Vamos pegar um exemplo bem simples para que, a partir dele, poderemos utilizar para qualquer valor. Suponhamos que iremos financiar a quantia de R\$ 100,00 por 180 meses. Nossa quota será simplesmente $100 / 180 = 0,5555$. Vamos digitar o programa na HP:

TECLAR	VISOR	HISTÓRICO
[f] [P/R]	[00-]	Coloca a HP no modo de programação
[f] [PRGM]	[00-]	Limpa totalmente a memória que armazena os programas
[RCL] [i]	[01-] [45 12]	O valor armazenado em i é chamado como taxa de juros
1	[02-] [1]	Número um
0	[03-] [0]	Número zero
0	[04-] [0]	Número zero (para dividirmos a taxa por 100)
/	[05-] [10]	Divide
[RCL] [PV]	[06-] [45 13]	Pega o valor atual do saldo devedor
X	[07-] [20]	Multiplifica (para acharmos os juros da parcela)
[STO] [2]	[08-] [44 2]	Armazena o resultado no registrador (store) 2
[RCL] [1]	[09-] [45 1]	Retorna o valor armazenado no reg. 1 (quota fixa)
+	[10-] [40]	Soma a quota mais os juros
[STO] [3]	[11-] [44 3]	Armazena no reg. 3 o valor da parcela
[RCL] [PV]	[12-] [45 13]	Retorna o valor armazenado em PV
[RCL] [1]	[13-] [45 1]	Retorna o valor da quota fixa armazenada em store 1
-	[14-] [30]	Subtrai os valores para ter-se o saldo devedor atual
[STO] [PV]	[15-] [44 13]	Armazena o resultado em PV
1	[16-] [1]	Necessário ao contador de parcela
[STO] [+] [4]	[17-] [44 40 4]	Para que possamos saber o nr. De parcelas amortizadas
[RCL] [3]	[18-] [45 3]	Para mostrar o resultado da parcela.

Vamos agora testar o programa:

Teclaremos o valor financiado em PV

Teclaremos em i a taxa de juros

Colocaremos no registrador 1 (STO 1) a quota fixa de amortização (Valor principal / nr. de parcelas)

Pronto. Agora ao teclarmos R/S ele mostrará o valor da parcela com os devidos juros. Para sabermos o quanto de juros desta parcela, clicaremos em [RCL] [2] (estará guardado no reg. 2). E para sabermos o saldo devedor, clicaremos em [RCL] [PV]. Para sabermos o número de parcelas já amortizadas, clicaremos [RCL] [4].

CONTA CORRENTE NA HP

Vamos aprender agora como controlar sua conta corrente com a HP, efetuando uma programação simples.

Siga os passos abaixo:

TECLAR	VISOR	HISTÓRICO
[f] [P/R]	[00-]	Entra no modo de programação
[f] [PRGM]	[00-]	Limpa a memória dos programas
[CHS]	[01-] [16]	Muda sinal de lançamento efetuado. Como normalmente lançamos mais débitos que créditos, isso facilitará seu trabalho. Este passo é opcional. Se quiser mantê-lo, não se esqueça de mudar o sinal do valor digitado caso seja ele um valor credor, pois com este comando acionado, todos os valores passam a ser de débito, não precisando ser mudado o valor a ser digitado.
[STO] [+] [4]	[02-44,40][4]	Efetua um lançamento sobre o saldo no registro R4 (para começar o lançamento é necessário digitar um valor no registro R4, explicado adiante)
[RCL][4]	[03-][45 4]	Isto faz com que exiba-nos o valor após o cálculo.
[f][P/R]	0,00	Grava e sai do modo de programação.

Pronto. Está feito seu programa. Agora colocamo-lo em prática:

Primeiro, deve-se lançar um valor inicial de saldo, por exemplo, de R\$ 1.000,00. Digitamos então 1000 e digitamos [STO] [4] para armazená-lo no registro R4.

Para lançarmos débitos e créditos basta digitar da seguinte forma:

- Débito: Apenas digitar o valor e pressionar [P/R] (lembra-se do CHS quando programamos?)
- Crédito: Temos que digitar o valor do crédito e a tecla [CHS] para trocarmos o sinal para os créditos e a tecla [P/R].

O valor que o visor nos mostrará após teclarmos [P/R] é nosso saldo após o lançamento.

Quando ligarmos a calculadora e quisermos saber qual nosso saldo, basta pressionar [RCL][4]